

Actividad 5

Recursos para la minimización de funciones Booleanas

Propósito: conocer y aplicar los diferentes recursos de simplificación de funciones booleanas utilizando la manipulación algebraica o Mapas de Karnaugh para obtener su mínima expresión, y así reducir así la complejidad del circuito a implementar.

Esta actividad se lleva a cabo en el salón de clase, en donde cada estudiante resuelve un problema en el pizarrón frente a toda la clase.

Los problemas a resolver son los propuestos en esta actividad.

En el caso de que el estudiante no logre resolver el problema asignado no se le tomara en cuenta la actividad, por lo que se recomienda que con anticipación fuera del aula se practique cada uno de los problemas hasta llegar a su solución aplicando los recursos recomendados y compruebe el resultado utilizando otros recursos como el LogicAid (software para obtener la mínima expresión de una función booleana en las formas SOP y POS).

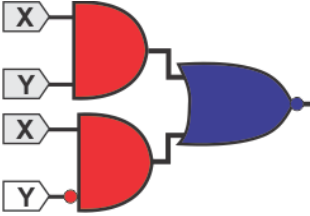
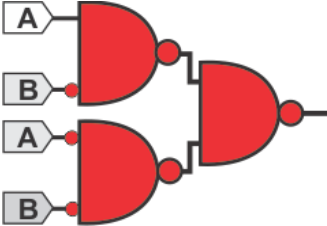
Los recursos disponibles de este método algebraico se listan a continuación:

- a) Identidades de los operadores.
- b) Factorización para la minimización.
- c) Duplicando un término ya existente
- d) Propiedad Distributiva.
- e) Teorema del Consenso.
- f) Teorema de D’Morgan.
- g) Equivalencias de Exor y Exnor en la forma AON (And, Or y Not).
- h) Mapas de Karnaugh

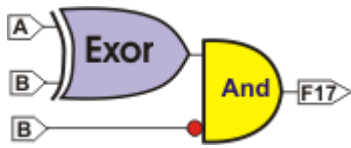
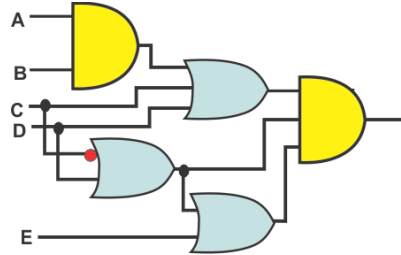
Algebra Booleana	h) Mapas de karnaugh																																																																																		
<p>a).- Identidades</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">AND</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">OR</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">$A A=A$</td> <td style="text-align: center;">$A+ A=A$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$A 0 =0$</td> <td style="text-align: center;">$A +0 =A$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$A 1 =A$</td> <td style="text-align: center;">$A +1 =1$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$A A' =0$</td> <td style="text-align: center;">$A + A' =1$</td> </tr> </tbody> </table> <p>b).- Factorización $B A + B A' = B (A + A') = B$</p> <p>c).- Duplicando un término ya existente $A+A=A,$ $AB'+ AB'+ AB' = AB'$</p> <p>d).- Propiedad Distributiva $X+YZ = (X+Y) (X+Z)$ $X(Y+Z) = XY+XZ$</p> <p>e).- Teorema del consenso $A B + A' C + B C = A B + A' C$ $(A + B) (A' + C) (B + C) = (A + B) (A' + C)$</p> <p>f).- Teorema de D’Morgan</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">And</td> <td style="text-align: center;">AB</td> <td style="text-align: center;">=</td> <td style="text-align: center;">$(A'+B)'$</td> <td style="text-align: center;">Nor con las entradas negadas</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Nor</td> <td style="text-align: center;">$(A+B)'$</td> <td style="text-align: center;">=</td> <td style="text-align: center;">$A' B'$</td> <td style="text-align: center;">And con las entradas negadas</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Or</td> <td style="text-align: center;">A+B</td> <td style="text-align: center;">=</td> <td style="text-align: center;">$(A' B')'$</td> <td style="text-align: center;">Nand con las entradas negadas</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Nand</td> <td style="text-align: center;">$(AB)'$</td> <td style="text-align: center;">=</td> <td style="text-align: center;">$A'+ B'$</td> <td style="text-align: center;">Or con las entradas negadas</td> </tr> </tbody> </table> <p>g).- Igualdades del Exor y Exnor</p> $A \oplus B = A' B + A B'$ $(A \oplus B)' = A' B' + A B$	AND	OR	$A A=A$	$A+ A=A$	$A 0 =0$	$A +0 =A$	$A 1 =A$	$A +1 =1$	$A A' =0$	$A + A' =1$	And	AB	=	$(A'+B)'$	Nor con las entradas negadas	Nor	$(A+B)'$	=	$A' B'$	And con las entradas negadas	Or	A+B	=	$(A' B')'$	Nand con las entradas negadas	Nand	$(AB)'$	=	$A'+ B'$	Or con las entradas negadas	<p>Reglas para el uso del mapa de Karnaugh (Kmap).</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.- Formar el menor número de grupos. 2.- Cada grupo lo más grande posible. 3.- Todos los unos deberán de ser agrupados. 4.- Un solo uno puede formar un grupo. 5.- Casillas de un grupo pueden formar parte de otro grupo. <p>Grupo = Unos adyacentes enlazados (paralelogramos) en una cantidad igual a una potencia entera de dos ejemplo (1, 2, 4, 8,16, etc...).</p> <p>Las reglas anteriores se aplican de igual forma agrupando ceros.</p> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" rowspan="2"></th> <th colspan="4" style="text-align: center;">A B</th> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">00</th> <th style="text-align: center;">01</th> <th style="text-align: center;">11</th> <th style="text-align: center;">10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th rowspan="2" style="vertical-align: middle; text-align: center;">F</th> <th style="text-align: center;">0</th> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">4</td> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">1</th> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" rowspan="2"></th> <th colspan="4" style="text-align: center;">A B</th> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">00</th> <th style="text-align: center;">01</th> <th style="text-align: center;">11</th> <th style="text-align: center;">10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th rowspan="4" style="vertical-align: middle; text-align: center;">C D</th> <th style="text-align: center;">00</th> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">01</th> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">13</td> <td style="text-align: center;">9</td> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">11</th> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">15</td> <td style="text-align: center;">11</td> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">10</th> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">14</td> <td style="text-align: center;">10</td> </tr> </tbody> </table> </div>			A B				00	01	11	10	F	0	0	2	6	4	1	1	3	7	5			A B				00	01	11	10	C D	00	0	4	12	8	01	1	5	13	9	11	3	7	15	11	10	2	6	14	10
AND	OR																																																																																		
$A A=A$	$A+ A=A$																																																																																		
$A 0 =0$	$A +0 =A$																																																																																		
$A 1 =A$	$A +1 =1$																																																																																		
$A A' =0$	$A + A' =1$																																																																																		
And	AB	=	$(A'+B)'$	Nor con las entradas negadas																																																																															
Nor	$(A+B)'$	=	$A' B'$	And con las entradas negadas																																																																															
Or	A+B	=	$(A' B')'$	Nand con las entradas negadas																																																																															
Nand	$(AB)'$	=	$A'+ B'$	Or con las entradas negadas																																																																															
		A B																																																																																	
		00	01	11	10																																																																														
F	0	0	2	6	4																																																																														
	1	1	3	7	5																																																																														
		A B																																																																																	
		00	01	11	10																																																																														
C D	00	0	4	12	8																																																																														
	01	1	5	13	9																																																																														
	11	3	7	15	11																																																																														
	10	2	6	14	10																																																																														

Obtenga la mínima expresión de los siguientes problemas por medio de manipulación Algebraica

La mejor forma de Huir de un problema es resolverlo.

3	$F(A) = A' + A$	
4		
5	$F(A,B) = A' B' + AB'$	
6	$F(A,C) = A' B' C' + A B' C' + A' B' C + A' B' C'$	
7	$F(A,B,C) = A' B C + A' B C + A B C$	
8	$F(A,C) = A' + AC$	
9	$F(A,B) = A(A'+AB)$	
10	$F(X,Y) = XY(X+Y)$	
11	$F(A,B,C) = A(A+A'B)(C+C')$	c
12	$F(X,Y,Z) = X'Y Z + X Y Z' + X Y Z$	
13	$F(A,B,C) = C'BA + C'B'A + C'BA'$	
14	$F(A,B,C) = AB'C + A'BC + A'B'C$	
15	$F(A,B,C,D,E) = A'B + A'BC' + A'BCD + A'BC'D'E$	
16		
17	$F(A,B,C,D) = ACD + BC + AC + AB'B$	
18	$F(A,B,C) = (A+A')(AB + ABC')$	

19	$F(x, y, z, w) = (X + Y + Z + W)(Y' + Z)(X' Y' Z W')$	
20		
21	$F(B, C, D, E) = BD + B(D + E) + D'(D + F)$	
22	$Z = (X' + W)(W' + X)$	
23	$Z = (XW')(WX')$	
24	$F(A, B, C) = A + A' BC$	
25	$Z = W + XY + XW + W' + X$	
26	$Z = X'(W + X)'W' + X$	
27	$F(x, y, z) = X' Y Z + X Y' Z' + X Y Z + X Y' Z$	
28	$F(x, y, z) = XY(X + Y) + Z Z'$	
29	$F(B, C, D) = B C' + B' C' D + B C D'$	
30	$F(B, C, D) = (B + BC)(B + B'C)(B + D)$	
31	$F(W, X, Y, Z) = (W + Y + X)(X + Z)(W + X)(W + W')$	
32	$F(A, B, C) = A'B'C + (A + B + C)' + A'B'C'D$	
33	$F(A, B, C) = A' B C' + B'(A + C')$	
34	$F(x, y, z) = (X + Y' + XY')(XY + X'Z + YZ)$	
35	$F(x, y, p) = (X + P)(P' + Y)(X + Y)$	
36	$Z = (W + Y)(W + Q) + W$	
37	$F(x, y, z) = X' Y + Z Y' + X$	

38		
39	$Z = XY' + X'Y'Q$	
40	$Z = Y + WX + WY + X'$	
41		
42	$F(A, B, C, D) = AB + B'C + AC + AC D$	
43	$F(A, B, C) = A' B' C' + A' B C + AB C' + (A' B' C)'$	
44	$Z = XW + (XY + Y')X'$	
45	$F(x, d, q, z) = x' d + x' z + z d' + x' d q'$	
46	$F(A, B, C) = ABC[AB + C'(BC + AC)]$	
47	$F(B, C, D) = BC' + B'C'D$	
48	$F(A, B, C) = A B + (A B)' C + A$	
49	$F(a, b, c, d) = c(a \oplus b) + a(b' + c'd)$	
50	$F(a, b, d, f) = (a + f + d)(a + f + d')(a + f' + d)(a + b')$	
51	$F(A, B, C, D) = (A' + D')(B' + C' + D)(A + D')$	
52	$F(A, B, C, D) = B + A' + BD' + CD'A + CD + A'B'C'$	
53	$F(A, B, C, D) = (A' + B + C' + D')(A + B + C)(A + C + D')(C'D)'$	
54	$F(A, B, C, D) = ABCD + AB(CD)' + (AB)'CD$	
55	$F(X, Y, Z) = (X \oplus Y) + X Y' Z + X'$	

56	$F_{(X,Y,Z)} = (X + YZ) (X + Y') + (X + Y)'$	
57	$F = AB + (A' + B')C + AB$	
58	$Z = X'(Y+W')[(W'+X)'+X]$	
59	$Z = XW(XY+X'Y'+X'Y+XY')$	
60	$F_{(A, B, C, D, E)} = B'C'DE + A(AB' + E)' + C'(AB + E)$	
61	$F_{(A, B, C, D)} = A + ABC + A'$	
62	$F(x, y, z, w) = yz + wx + z + wz(xy + wz)$	

Obtener las funciones mínimas SOP y POS por medio del uso de los Mapas de Karnaugh y comprobar los resultados por utilizando LogicAID		
1	$F5(X, Y, Z, W) = \Sigma m(0,2,7,8,10,12,13,14)$	
2	$F6(A, B, C, D) = \Pi m(0,15)$	
3	$F7(A, B, C, D) = \Pi m(9, 11,15)$	
4	$F8(X, Y, Z, W) = \Sigma m(0,2,3,5,6,7,8,10,11,14,15)$	
5	$F9 (A,B,C,D) = \Pi m (2, 5, 7, 13, 15)$	
6	$F10 (X,Y,Z,W) = \Sigma m (5, 13, 15)$	
7	$F11 (X, Y, Z, W) = X Y' + X Y W' + X' Y' W + X' Y' Z' W'$	
8	$F12 (X,Y,Z,W) = \Sigma m (4,7,9,10,12,13,14,15)$	
9	$F13 (X,Y,Z,W) = \Sigma m (1, 3, 6, 7, 9, 11, 12)$	
10	$F14 (A,B,C,D) = \Sigma m (3,5,6,7, 9,10,11,12,13,14)$	
11	$F15 (A,B,C,D) = (B'+C+D)(B'+C'+D)(A'+B'+C'+D')(A'+B +C+D')$	
12	$F16 (A,B,C,D) = \Sigma m (0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 15)$	
13	$F17 (A,B,C,D) = \Sigma m (0, 1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 13, 14, 15)$	
14		