

## Actividad 5

### Recursos para la minimización de funciones Booleanas

**Propósito:** conocer y aplicar los diferentes recursos de simplificación de funciones booleanas utilizando la manipulación algebraica o Mapas de Karnaugh (Kmap) para obtener su mínima expresión, y así reducir así la complejidad del circuito a implementar.

Esta actividad se lleva a cabo en el salón de clase, en donde cada estudiante resuelve un problema en el pizarrón frente a toda la clase.

Los problemas a resolver son los listados en hojas anexas.

En el caso de que el estudiante no logre resolver el problema asignado, no se le tomara en cuenta la actividad, por lo que se recomienda que con anticipación fuera del aula se practique cada uno de los problemas hasta llegar a su solución aplicando los recursos recomendados es recomendable comprobar los resultados obtenidos utilizando otros recursos tales como el LogicAid (software para obtener la mínima expresión de una función booleana en las formas SOP y POS).

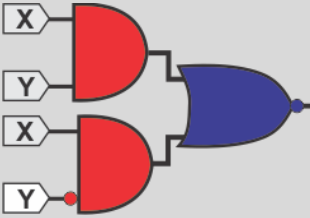
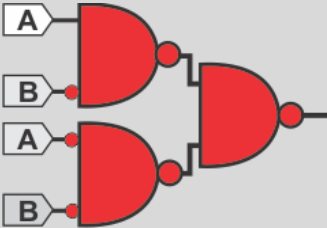
Los recursos disponibles de este método algebraico se listan a continuación:

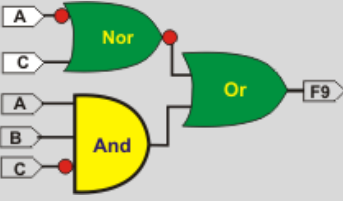
- a) Identidades de los operadores.
- b) Factorización para la minimización.
- c) Duplicando un término ya existente
- d) Propiedad Distributiva.
- e) Teorema del Consenso.
- f) Teorema de D'Morgan.
- g) Equivalencias de Exor y Exnor en la forma AON (And, Or y Not).
- h) Mapas de Karnaugh.

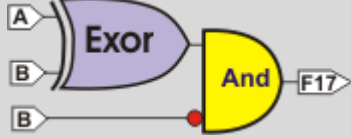
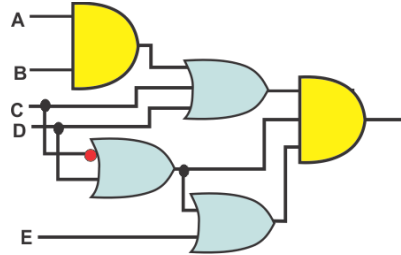
| Algebra Booleana                               |             |     |            |
|--|-------------|-----|------------|
| <b>a).- Identidades</b>                        |             |     |            |
| <b>AND</b>                                     | <b>OR</b>   |     |            |
| $A A=A$  | $A+ A=A$    |     |            |
| $A 0 =0$                                       | $A +0 =A$   |     |            |
| $A 1 =A$                                       | $A +1 =1$   |     |            |
| $A A' =0$                                      | $A + A' =1$ |     |            |
| <b>b).- Factorización</b>                      |             |     |            |
| $B A + B A' = B (A + A') = B$                  |             |     |            |
| <b>c).- Duplicando un término ya existente</b> |             |     |            |
| $A+A=A,$                                       |             |     |            |
| $AB'+ AB'+ AB' = AB'$                          |             |     |            |
| <b>d).- Propiedad Distributiva</b>             |             |     |            |
| $X+YZ = (X+Y) (X+Z)$                           |             |     |            |
| $X(Y+Z) = XY+XZ$                               |             |     |            |
| <b>e).-Teorema del consenso</b>                |             |     |            |
| $A B + A' C + B C = A B + A' C$                |             |     |            |
| $(A + B) (A' + C) (B + C) = (A + B) (A' + C)$  |             |     |            |
| <b>f).-Teorema de D'Morgan</b>                 |             |     |            |
| <b>And</b>                                     | $AB$        | $=$ | $(A'+B)'$  |
| <b>Nor con las entradas negadas</b>            |             |     |            |
| <b>Nor</b>                                     | $(A+B)'$    | $=$ | $A' B'$    |
| <b>And con las entradas negadas</b>            |             |     |            |
| <b>Or</b>                                      | $A+B$       | $=$ | $(A' B')'$ |
| <b>Nand con las entradas negadas</b>           |             |     |            |
| <b>Nand</b>                                    | $(AB)'$     | $=$ | $A'+ B'$   |
| <b>Or con las entradas negadas</b>             |             |     |            |
| <b>g).- Igualdades del Exor y Exnor</b>        |             |     |            |
| $A \oplus B = A' B + A B'$                     |             |     |            |
| $(A \oplus B)' = A' B' + A B$                  |             |     |            |

Obtenga la mínima expresión de los siguientes problemas por medio de manipulación Algebraica

**La mejor forma de Huir de un problema es resolverlo.**

|    |   |  |
|----|---|--|
| 3  | $F(A) = A' + A$   |  |
| 4  |    |  |
| 5  | $F(A,B) = A' B' + AB'$  |  |
| 6  | $F(A,C) = A' B' C' + A B' C' + A' B' C' + A' B' C' + A' B' C'$                      |  |
| 7  | $F(A,B,C) = A' B C + A' B C + A B C$  |  |
| 8  | $F(A,C) = A' + AC$  |  |
| 9  | $F(A,B) = A(A'+AB)$   |  |
| 10 | $F(X,Y) = XY(X+Y)$  |  |
| 11 | $F(A,B,C) = A(A + A' B)(C + C')$  |  |
| 12 | $F(X,Y,Z) = X' Y Z + X Y Z' + X Y Z$  |  |
| 13 | $F(A,B,C) = C'BA + C'B'A + C'BA'$   |  |
| 14 | $F(A,B,C) = AB'C + A'BC + A'B'C$  |  |
| 15 | $F(A,B,C,D,E) = A'B + A'BC' + A'BCD + A'BC'D'E$                                     |  |
| 16 |  |  |
| 17 | $F(A,B,C,D) = ACD + BC + AC + A B' B$   |  |
| 18 | $F(A,B,C) = (A + A')(A B + A B C')$   |  |

|    |   |  |
|----|---|--|
| 19 | $F(x, y, z, w) = (X + Y + Z' + W)(Y' + Z)(X' Y' Z W')$                            |  |
| 20 |  |  |
| 21 | $F(B, C, D, E) = BD + B(D + E) + D'(D + F)$                                       |  |
| 22 | $Z = (X' + W)(W' + X)$  |  |
| 23 | $F(A, B, C) = A' B' C' + A' B C + A B C + A B C'$                                 |  |
| 24 | $F(A, B, C) = A + A' B C$   |  |
| 25 | $Z = W + XY + XW + W' + X$  |  |
| 26 | $Z = X'(W + X)W' + X$   |  |
| 27 | $F(x, y, z) = X' Y Z + X Y' Z' + X Y Z + X Y' Z$                                  |  |
| 28 | $F(x, y, z) = XY(X + Y) + Z Z'$   |  |
| 29 | $F(B, C, D) = B C' + B' C' D + B C D'$  |  |
| 30 | $F(B, C, D) = (B + BC)(B + B' C)(B + D)$  |  |
| 31 | $F(W, X, Y, Z) = (W + Y + X)(X + Z)(W + X)(W + W')$                               |  |
| 32 | $F(A, B, C) = A' B' C + (A + B + C)' + A' B' C' D$                                |  |
| 33 | $F(A, B, C) = A' B C' + B'(A + C')$   |  |
| 34 | $F(x, y, z) = (X + Y' + XY')(XY + X'Z + YZ)$                                      |  |
| 35 | $F(x, y, p) = (X + P)(P' + Y)(X + Y)$   |  |
| 36 | $Z = (W + Y)(W + Q) + W$  |  |
| 37 | $F(x, y, z) = X' Y + Z Y' + X$  |  |

|    |   |  |
|----|---|--|
| 38 |  |  |
| 39 | $Z = XY' + X'Y'Q$   |  |
| 40 | $Z = Y + WX + WY + X'$  |  |
| 41 |  |  |
| 42 | $F(A, B, C, D) = AB + B'C + AC + AC'D$  |  |
| 43 | $F(A, B, C) = A'B'C + A'BC + ABC' + (A'B'C)'$                                     |  |
| 44 | $Z = XW + (XY + Y')X'$  |  |
| 45 | $F(x, d, q, z) = x'd + x'z + zd' + x'dq'$   |  |
| 46 | $F(A, B, C) = ABC[AB + C'(BC + AC)]$  |  |
| 47 | $F(B, C, D) = BC' + B'C'D$  |  |
| 48 | $F(A, B, C) = AB + (AB)'C + A$  |  |
| 49 | $F(a, b, c, d) = c(a \oplus b) + a(b' + c'd)$                                     |  |
| 50 | $F(a, b, d, f) = (a + f + d)(a + f + d')(a + f' + d)(a + b')$                     |  |
| 51 | $F(A, B, C, D) = (A' + D')(B' + C' + D)(A + D')$                                  |  |
| 52 | $F(A, B, C, D) = B + A' + BD' + CD'A + CD + A'B'C'$                               |  |
| 53 | $F(A, B, C, D) = (A' + B + C' + D')(A + B + C)(A + C + D')(C'D)'$                 |  |
| 54 | $F(A, B, C, D) = ABCD + AB(CD)' + (AB)'CD$  |  |
| 55 | $F(x, y, z) = (X \oplus Y) + X Y' Z + X'$   |  |

|    |   |  |
|----|---|--|
| 56 | $F_{(X,Y,Z)} = (X + YZ) (X + Y') + (X + Y)'$                        |  |
| 57 | $F = A B + (A' + B') C + A B$                                       |  |
| 58 | $Z = X'(Y+W')[(W'+X)'+X]$   |  |
| 59 | $Z = XW(XY+X'Y'+X'Y+XY')$   |  |
| 60 | $F_{(A, B, C, D, E)} = B'C' DE + A (AB' + E)' + C' (AB + E)$        |  |
| 61 | $F_{(A, B, C, D)} = A + ABC + A'$                                   |  |
| 62 | $F(x, y, z, w) = yz + wx + z + wz(xy + wz)$                         |  |
| 63 | $F(a, b, c, d) = a \cdot b + a \cdot (b+c) + b \cdot (b+c) + a b d$ |  |
| 64 | $F_{(A, B, C)} = A' B C' + A B + A C' + A B' + B' C'$               |  |
| 65 | $F_{(X, Y, Z)} = (Z + Y')' + (X + Z')' + A$                         |  |
| 66 | $F_{(A, B, C)} = (C + B')' + (A + C')' + (A+AB')$                   |  |
| 67 | $F_{(L, M, P)} = L' P + L' M + M' P + L P' + (L' + M')'$            |  |
| 68 | $F_{(L, M, Y, P)} = (L' M')' (L + Y + M) (M + P) (P + P')$          |  |
| 69 | $F_{(A, X, Z, W)} = A' X Z' + X' (A' Z)' (W+W')$                    |  |
| 70 |   |  |

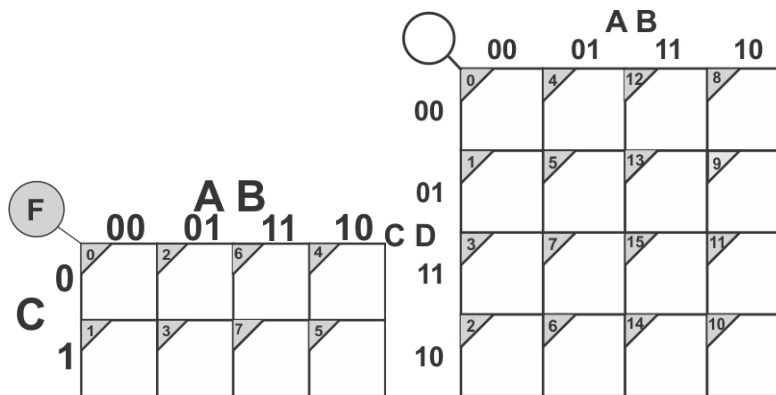
## Mapas de karnaugh

**Reglas para el uso del mapa de Karnaugh (Kmap).**

- 1.- Formar el menor número de grupos.
- 2.- Cada grupo lo más grande posible.
- 3.- Todos los unos deberán de ser agrupados.
- 4.- Un solo uno puede formar un grupo.
- 5.- Casillas de un grupo pueden formar parte de otro grupo.

**Grupo** = Unos adyacentes enlazados (paralelogramos) en una cantidad igual a una potencia entera de dos ejemplo (1, 2, 4, 8,16, etc...).

Las reglas anteriores se aplican de igual forma agrupando ceros.



1.- Obtener las funciones mínimas SOP (And/Or) por medio del uso de los Mapas de Karnaugh

2.- Obtener las funciones mínimas POS (Or/And y And/Nor) por medio del uso de los Mapas de Karnaugh

3.- Comprobar los resultados por utilizando LogicAID

|   |  |  |
|---|--|--|
| 1 | $F5(X, Y, Z, W) = \sum m(0,2,7,8,10,12,13,14)$               |  |
| 2 | $F6(A, B, C, D) = \prod m(0,15)$                             |  |
| 3 | $F7(A, B, C, D) = \prod m(9, 11,15)$                         |  |
| 4 | $F8(X, Y, Z, W) = \sum m(0,2,3,5,6,7,8,10,11,14,15)$         |  |
| 5 | $F9 ( A,B,C,D) = \prod m ( 2, 5, 7, 13, 15)$                 |  |
| 6 | $F10 ( X,Y,Z,W) = \sum m ( 5, 13, 15)$                       |  |
| 7 | $F11 ( X, Y, Z, W ) = X Y' + X Y W' + X' Y' W + X' Y' Z' W'$ |  |

|    |  |  |
|----|--|--|
| 8  | $F_{12} ( X,Y,Z,W )= \Sigma m ( 4,7,9,10,12,13,14,15)$                     |  |
| 9  | $F_{13} ( X,Y,Z,W )= \Sigma m ( 1, 3, 6, 7, 9, 11, 12)$                    |  |
| 10 | $F_{14} (A,B,C,D) = \Sigma m ( 3,5,6,7, 9,10,11,12,13,14)$                 |  |
| 11 | $F_{15} (A,B,C,D) =(B'+C+D)(B'+C'+D)(A'+B'+C'+D')(A'+B +C+D')$             |  |
| 12 | $F_{16} (A,B,C,D) = \Sigma m ( 0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 15)$        |  |
| 13 | $F_{17} (A,B,C,D) = \Sigma m ( 0, 1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 13, 14, 15)$       |  |
| 14 | $F_{18} (A,B,C,D) = \Sigma m ( 2, 3, 4, 5, 6, 8) d(0, 10, 11, 12, 13, 14)$ |  |

d= Don't Care en las casillas marcadas se les asigna una X, de modo que cada X toma el valor de 0 o 1 que mejor convenga, como 0 para no formar un grupo más o como 1 para formar un grupo más grande.

|            |    |               |               |                |                |
|------------|----|---------------|---------------|----------------|----------------|
|            |    | <b>A B</b>    |               |                |                |
|            |    | 00            | 01            | 11             | 10             |
| <b>C D</b> | 00 | 0<br><b>X</b> | 4<br><b>1</b> | 12<br><b>X</b> | 8<br><b>1</b>  |
|            | 01 | 1<br><b>0</b> | 5<br><b>1</b> | 13<br><b>X</b> | 9<br><b>0</b>  |
|            | 11 | 3<br><b>1</b> | 7<br><b>0</b> | 15<br><b>0</b> | 11<br><b>X</b> |
|            | 10 | 2<br><b>1</b> | 6<br><b>1</b> | 14<br><b>X</b> | 10<br><b>X</b> |