Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Actividad 5

Minimización de funciones Booleanas

Propósito: conocer y aplicar los diferentes recursos de simplificación de funciones booleanas, utilizando la manipulación algebraica o Mapas de Karnaugh (Kmap) para obtener su mínima expresión, y así reducir así la complejidad del circuito a implementar y también el uso del programa de aplicación LogicAid para comprobar los resultados obtenidos.

Esta actividad se lleva a cabo en el salón de clase, en donde cada estudiante resuelve un problema en el pizarrón frente a toda la clase. Los problemas a resolver son los listados en hojas anexas.

En el caso de que el estudiante **no logre resolver el problema asignado** en su turno, no se le tomara en cuenta la actividad, para evitar lo anterior se recomienda que con anticipación se prepare resolviendo fuera del aula cada uno de los problemas listados hasta llegar a su solución aplicando los recursos recomendados, es conveniente comprobar los resultados obtenidos utilizando otros recursos tales como el programa LogicAid (software para obtener la mínima expresión de una función booleana en las formas SOP y POS).

Minimización de funciones Booleanas.

Básicamente es la simplificación de una **función Booleana**, obteniendo una expresión que contenga menos términos o menos variables que la función original.

La simplificación de estas **funciones** puede realizarse con el uso de los recursos que proporciona el álgebra de Booleana.

Septiembre 2018						
Lun	**M**	**Miér**	**J**	**Vier**	**S**	**D**
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23

Algunos recursos de este método de manipulación algebraica se listan a continuación:

a) **Identidades de los operadores.**
b) **Factorización para la minimización.**
c) **Repitiendo un término ya existente**
d) **Propiedad Distributiva.**
e) **Teorema del Consenso.**
f) **Teorema de D´Morgan.**
g) **Equivalencias de Exor y Exnor en la forma AON (And, Or y Not).**

Algebra Booleana

a).- Identidades

AND	OR
A A=A	A+ A=A
A 0 =0	A +0 =A
A 1 =A	A +1 =1
A **A'** =0	A + **A'** =1

b). - **Factorización**

B A **+** B **A'=** B **(**A **+A') =** B

c). - Repitiendo un término ya existente

A+A=A**,** o A**B'**+ A**B'**+ A **B' =** A**B'**

A**B'**+ A**B'**+ A**B'**= A**B'**

d). - **Propiedad Distributiva**

X+YZ = (X+Y) (X+Z)

X(Y+Z)= XY+XZ

e). -**Teorema del consenso**

A B **+ A'** C**+** B C **=** A B + **A'** C

(A + B) (**A'** + C) (B + C) = (A + B) (**A'** + C)

f).-**Teorema de D´Morgan**

And	AB	**=**	**(A´+B')'**	**Nor** con las entradas negadas
Nor	**(**A+B**)'**	**=**	**A' B'**	**And** con las entradas negadas
Or	A+B	**=**	**(A' B')'**	**Nand** con las entradas negadas
Nand	**(**AB**)'**	**=**	**A'**+ **B'**	**Or** con las entradas negadas

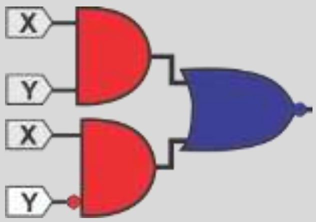
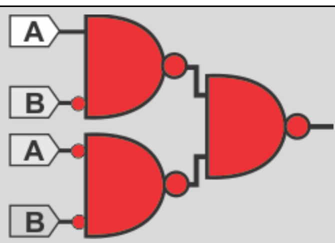
g).- **Igualdades del Exor y Exnor**

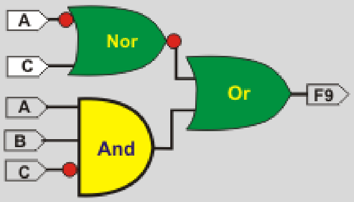
A⊕ B **= A'** B **+** A **B'**

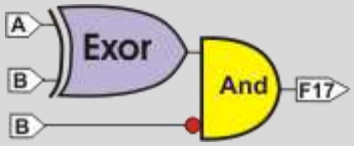
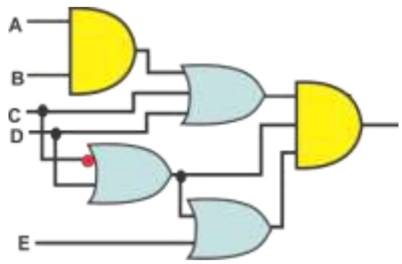
(A ⊕ B**)' = A' B' +** A B

Obtenga la mínima expresión de los siguientes problemas por medio de manipulación Algebraica

<u>La mejor forma de Huir de un problema es resolverlo.</u>

1	$F_{(AB)} = A' + AB$	
2	$F_{(ABC)} = A' + ABC'$	
3	$F_{(A,B)} = A'B' + AB'$	
4		
5	$F_{(A,B)} = A(A' + AB)$	
6	$F_{(X,Y)} = XY(X+Y)$	
7	$F_{(A,B,C)} = A'B'C' + AB'C' + A'B'C' + A'B'C' + A'B'C'$	
8	$F_{(A,B,C)} = A'BC + A'BC + ABC$	
9	$F_{(A,C)} = A' + AC$	
10	$F_{(ABC)}\ ABC + ABC'D'$	
11	$F_{(A,B,C)}\ A(A + A'B)(C + C')$	
12	$F_{(X,Y,Z)} = X'YZ + XYZ' + XYZ$	
13	$F_{(A,B,C)} = C'BA + C'B'A + C'BA'$	
14	$F_{(A,B,C)} = AB'C + A'BC + A'B'C$	
15	$F_{(A,B,C,D,E)} = A'B + A'BC' + A'BCD + A'BC'D'E$	
16		

17	F (A, B, C, D) = A C D + B C + A C + A **B´** B	
18	**F (A, B, C)=** (A + **A'**)(A B + A B **C'**)	
19	**F (X, Y, Z, w) = (**X +Y+ **Z'**+ W**)(Y'**+ Z)(**X' Y'** Z **W'**)	
20		
21	**F (B, C, D, F) =** BD+B(D+E)+**D'**(D+F)	
22	**Z= (X'+**W**)(W'+**X**)**	
23	**F** (A,B,C)= **A' B' C'** + **A'** B C **+** A B C + A B **C'**	
24	**F** (A,B,C)= A + **A'** BC	
25	**Z=** W+XY+XW+**W'**+X	
26	**Z= X'**(W+X)**'W'+**X	
27	**F(X, Y, Z) = X'** Y Z **+** X **Y' Z' +** X Y Z **+** X **Y'** Z	
28	**F** (X, Y, Z) = XY (X+Y) + Z **Z'**	
29	**F (B, C,D) =** B **C' + B' C'** D **+** B C **D'**	
30	**F (B, C, D)** = (B+BC)(B+**B'** C)(B+D)	
31	F (W, X, Y, Z)= (W + Y + X) (X + Z) (W + X) (W + **W'**)	
32	**F (A, B, C) = A'B'**C+**(**A+B+**C')'**+**A'B'C'**D	
33	**F (A, B, C)= A'** B **C' + B' (**A**+ C')**	
34	**F (X, Y, Z) =** (X+**Y'+**X**Y'**)(XY+**X'**Z+YZ)	
35	**F** (X, Y, P)= (X + P) (**P'** + Y) (X + Y)	
36	**Z**= (W+Y)(W+Q) + W	

37	$F_{(X, Y, Z)} = X'Y + ZY' + X$	
38		
39	$Z = XY' + X'Y'Q$	
40	$Z = Y + WX + WY + X'$	
41		
42	$F_{(A, B, C, D)} = AB + B'C + AC + AC\,D$	
43	$F_{(A, B, C)} = A'B'C' + A'BC + ABC' + (A'B'C')'$	
44	$Z = XW + (XY + Y')X'$	
45	$F_{(x, d, q, z)} = x'd + x'z + zd' + x'dq'$	
46	$F_{(A, B, C,)} = ABC[AB + C'(BC + AC)]$	
47	$F_{(B, C, D)} = BC' + B'C'D$	
48	$F_{(A,B,C)} = AB + (AB)'C + A$	
49	$F_{(a, b, c, d)} = c(a \oplus b) + a(b' + c'd)$	
50	$F_{(a, b, d, f)} = (a + f + d)(a + f + d')(a + f' + d)(a + b')$	
51	$F_{(A, B, C, D)} = (A' + D')(B' + C' + D)(A + D')$	
52	$F_{(A, B, C, D)} = B + A' + BD' + CD'A + CD + A'B'C'$	
53	$F_{(A, B, C, D)} = (A' + B + C' + D')(A + B + C)(A + C + D')(C'D')'$	
54	$F_{(A, B, C, D)} = ABCD + AB(CD)' + (AB)'CD$	

55	$F_{(X, Y, Z)} = (X \oplus Y) + X Y' Z + X'$	
56	$F_{(X,Y,Z)} = (X + YZ)(X + Y') + (X + Y)'$	
57	$F = A B + (A' + B') C + A B$	
58	$Z = X'(Y+W')[(W'+X)'+X]$	
59	$Z = XW(XY+X'Y'+X'Y+XY')$	
60	$F_{(A, B, C, D, E)} = B'C' DE + A (AB' + E)' + C' (AB + E)$	
61	$F_{(A, B, C, D)} = A + ABC + A'$	
62	$F(x, y, z, w) = yz + wx + z + wz(xy + wz)$	
63	$F(a, b, c, d) = a\cdot b + a\cdot(b+c) + b\cdot(b+c) + a b d$	
64	$F_{(A, B, C)} = A' B C' + A B + A C' + A B' + B' C'$	
65	$F_{(X, Y, Z)} = (Z + Y')' + (X + Z')' + A$	
66	$F_{(A, B, C)} = (C + B')' + (A + C')' + (A+AB')$	
67	$F_{(L, M, P)} = L' P + L' M + M' P + L P' + (L' + M')'$	
68	$F_{(L, M, Y, P)} = (L' M')' (L + Y + M) (M + P) (P + P')$	
69	$F_{(A, X, Z, W)} = A'XZ' + X' (A'Z)'(W+W')$	
70	$F_{(B, C, D)} = (D + C')' + (B + D')' + B$	
71	$F_{(X, Y, Z)} = (Z + Y')' + (X + Z')' + (X+XY')$	
72	$F_{(A, B, C)} = A' C + A' B + B' C + A C' + (A' + B')'$	
73	$F_{(W, X, Y, Z)} = (W + Y + X) (X' Z')' (W + X) (X + X')$	
74	$F_{(A, X, Y, Z)} = (A' X')' (A + Y + X) (X + Z) (Z + Z')$	
75	$F_{(A, B, C)} = A'BC' + B' (A'C)'$	

Mapas de karnaugh

Reglas para el uso del mapa de Karnaugh (Kmap)**.**

1.- Formar el menor número de grupos.

2.- Cada grupo lo más grande posible.

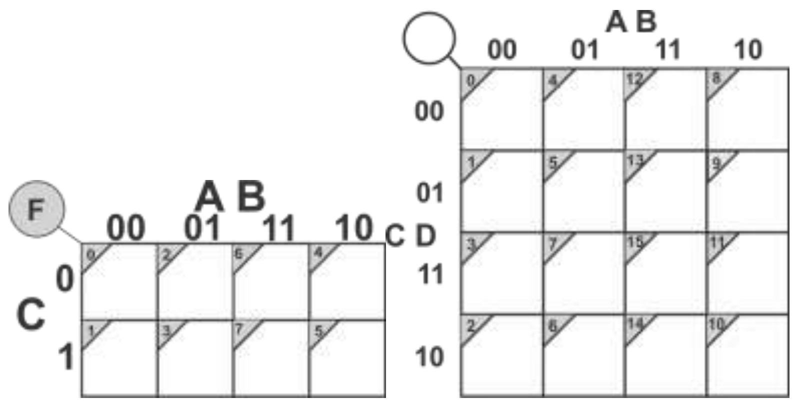
3.- Todos los unos deberán de ser agrupados.

4.- Un solo uno puede formar un grupo.

5.- Casillas de un grupo pueden formar parte de otro grupo.

Grupo = Unos adyacentes enlazados (paralelogramos) en una cantidad igual a una potencia entera de dos, ejemplo (1, 2, 4, 8,16, etc…).

Las reglas anteriores se aplican de igual forma agrupando ceros.



1.- Obtener la función mínima SOP (And/Or) por medio del uso de los Kmaps **2.- Obtener la función mínima POS (Or/And y And/Nor) por medio del uso del Kmap.** **3.- Comprobar los resultados por utilizando LogicAID**		
1	**F1$_{(X, Y, Z, W)}$ =Σm(0,2,7,8,10,12,13,14)**	
2	**F2$_{(A, B, C, D)}$ =Πm(0,15)**	
3	**F3$_{(A, B, C, D)}$ =Πm(9, 11,15)**	
4	**F4$_{(X, Y, Z, W)}$ =Σm(0,2,3,5,6,7,8,10,11,14,15)**	
5	**F5 $_{(A,B,C,D)}$= Πm (2, 5, 7, 13, 15)**	
6	**F6 $_{(X,Y,Z,W)}$= Σm (5, 13, 15)**	
7	**F7 $_{(X, Y, Z, W)}$ = X Y’ + X Y W’ + X’ Y’ W + X’ Y’ Z’ W’**	

8	**F8** $_{(X,Y,Z,W)}$ **= Σm (4,7,9,10,12,13,14,15)**	
9	**F9** $_{(X,Y,Z,W)}$ **= Σm (1, 3, 6, 7, 9, 11, 12)**	
10	**F10** $_{(A,B,C,D)}$ **= Σm (3,5,6,7, 9,10,11,12,13,14)**	
11	**F11** $_{(A,B,C,D)}$ =**(B’+C+D)(B’+C’+D)(A’+B’+C’+D’)(A’+B +C+D’)**	
12	**F12** $_{(A,B,C,D)}$ **= Σm (0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 15)**	
13	**F13** $_{(A,B,C,D)}$ **= Σm (0, 1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 13, 14, 15)**	
14	**F14** $_{(A,B,C,D)}$ **= Σm (0, 1, 3, 8, 9, 10, 11, 12, 14)**	
15	**F15** $_{(A,B,C,D)}$ **= Πm (0, 1, 2, 3, 8, 9, 11, 12, 14)**	
16	**F16** $_{(A,B,C,D)}$ **= Σm (0, 1, 2, 3, 8, 10, 11, 12, 14)**	
17	**F17** $_{(A,B,C,D)}$ **= Πm (4, 6, 9, 11, 13, 14, 15)**	
18	**F18** $_{(A,B,C,D)}$ **= Πm (0, 2, 4, 6, 8, 9, 13)**	
19	**F19** $_{(A,B,C,D)}$ **= Σm (0, 2, 5, 7, 12, 13, 14, 15) d(8, 10)**	
20	**F20** $_{(A,B,C,D)}$ **= Σm (2, 3, 4, 5, 6, 8) d(0, 10, 11, 12, 13, 14)**	

d= Don´t Care

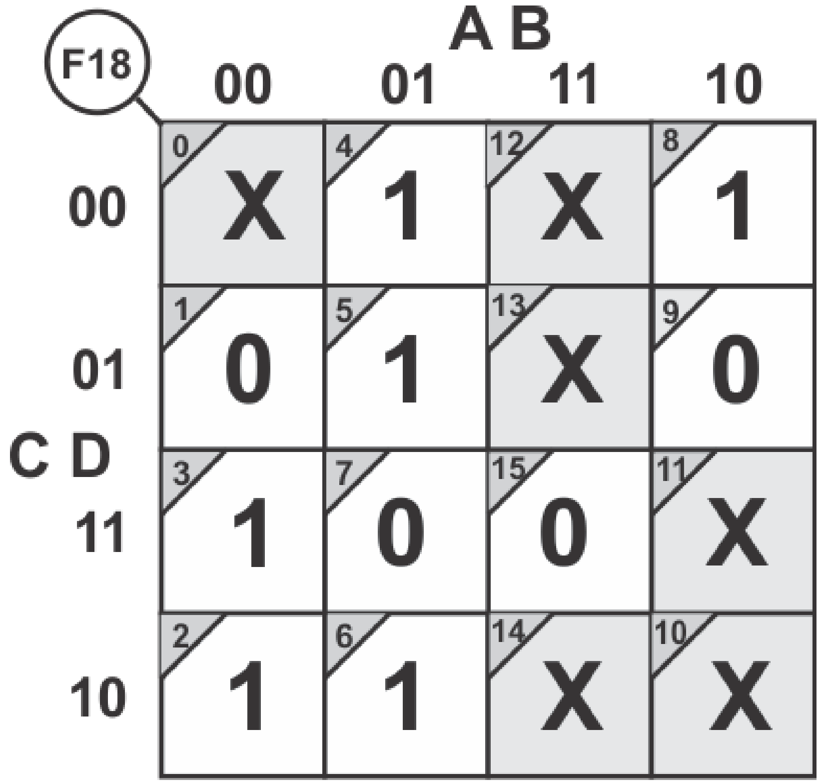
En las casillas marcadas con **d**, se les asigna una **X**, de modo que cada **X** en particular puede tomar el valor de 0 o 1 el que mejor convenga:

Como **0** para no formar un grupo más (obteniendo una ecuación con menos términos)

Como **1** solo para formar un grupo más grande (obteniendo un término com menos variables)

Ejemplo:

F20 $_{(A,B,C,D)}$ = Σm (2, 3, 4, 5, 6, 8) d(0, 10, 11, 12, 13, 14)



Comprobación con LogiAid.

Términos 2 3 4 5 6 8,,0 10 11 12 13 14.

F20$_{(A, B, C, D)}$ = **D'** + B **C'** + **B'**C

F20$_{(A, B, C, D)}$ = (**B'**+ **C'**+ **D'**) (B + C + **D'**)

Comentarios: